Introducción a la simulación discreta

Introducción a la simulación discreta

Martha A. Centeno
Germán Méndez Giraldo
Felipe Baesler Abufarde
Lindsay Álvarez Pomar

© Universidad Distrital Francisco José de Caldas
© Facultad de Ciencias y Educación
© Martha A. Centeno, Germán Méndez Giraldo,
Felipe Baesler Abufarde, Lindsay Álvarez Pomar.
ISBN: 978-958-8832-97-5
Primera edición, abril de 2015

Dirección Sección de Publicaciones
Rubén Eliécer Carvajalino C.
Coordinación editorial
Nathalie De la Cuadra N.
Corrección de estilo
Julián Andrés Pacheco M.
Diagramación y montaje de carátula
Javier Alberto Barbosa S.

Sección de Publicaciones
Editorial UD
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Carrera 24 No. 34-37.
Teléfono: 3239300 ext. 6202
Correo electrónico: publicaciones@udistrital.edu.co

Álvarez Pomar, Lindsay
Introducción a la simulación discreta / Lindsay Álvarez Pomar, Martha A. Centeno.
-- Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2015.
264 páginas; 24 cm. -- (Colección Espacios)
ISBN 978-958-8832-97-5
1. Simulación por computador 2. Métodos de simulación
3. Investigación operacional 4. Programación de computadores
I. Centeno, Martha A. II. Tít. III: Serie.
003.3 cd 21 ed.
A1481858

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

Todos los derechos reservados.
Esta obra no puede ser reproducida sin el permiso previo escrito
de la Sección de Publicaciones de la Universidad Distrital.
Hecho en Colombia

Contenido

Presentación 11

Sistemas y modelos 15
Modelación sistémica 15
Generalidades 15
Definición de "sistema" 17
Características de los sistemas 19
Clasificación de sistemas 21
Modelos y modelación 23
Modelos 23
Tipos de modelos 25
Funciones de los modelos 27
Proceso de modelación 28
Modelación y simulación 29

Simulación discreta 35
Principios y conceptos básicos 35
Metodología para la enseñanza de la simulación 35
Procesos estocásticos 39
Introducción a las cadenas de Markov 39
Introducción a las líneas de espera 44

Definiciones generales de simulación 53
Simulación como una metodología de análisis experimental 56
Diferencias entre simulación discreta y continua 58
Áreas de aplicación 59
Metodología práctica para el principiante 59

Simulación discreta en la práctica 73
Generalidades 73
Errores típicos 75
Construcción de modelos 76
Modelos de cadenas de Markov 76
Modelos de líneas de espera 77
Sistema M/M/2: sistema clásico 78
Sistema G/G/1: sistema con procesos no exponenciales 79
Sistema G/G/1 con variaciones: sistemas con procesos arbitrarios, lotes de llegada y con abandono 80
Modelos de inventarios 81
Reabastecimiento instantáneo con demanda aleatoria 81
Tiempo de reabastecimiento aleatorio con demanda aleatoria 83
Excel y macros de visual basic para excel 84
Líneas de espera 84
Promodel 89
Cómo se modela en promodel 91
Ejemplos en ProModel 93
Líneas de espera 100
Teoría de inventarios 116
Casos propuestos 127

Análisis de datos de entrada 141
Generalidades 141
Procedimiento 142
Análisis estadístico 144
Pruebas de independencia 145
Pruebas de homogeneidad 150
Pruebas de bondad de ajuste 155
Resultados del Análisis de Entrada 160

Herramientas 161
Ejemplo 163

Análisis y resultados 181
Análisis de resultados 181
Variables de respuesta 183
Definición de parámetros 185
Sistemas terminantes 186
Sistemas no terminantes 193
Determinación del transiente inicial 195
Comparación de alternativas 197
Otros tópicos de análisis de resultados 206
Casos propuestos 208

Referencias 217

Anexo I. Bases teoricas de las cadenas de Markov 219
Proceso estocástico 219
Definición de Cadena de Markov 219
Hipótesis de estabilidad 220
Distribución Inicial de Probabilidad 221
Clasificación de los estados en una cadena de markov 222
Tipos de Cadenas de Markov 223
Tiempos de Primera Pasada 225

Anexo II. Bases teóricas de las lineas de espera 227
Definición 227
Tipos 227
Características 228
Notación 229
Sistemas M/M/1 230
Estado estable 230
Medidas de desempeño 231
Formulas matemáticas 231
Sistemas dependientes del estado 232
Fórmulas de Little 233

Rechazo 233
Abandono 234
Sistemas M/M/S 234
Sistemas M/M/1/K 235
Sistemas M/M/S/K 236

Anexo III. Bases de la teoría de inventarios 239
Variables claves 241
Clasificación ABC 241
Modelo determínistico 243
Modelo de inventario demanda constante sin escasez 243
Modelo de inventario demanda constante con escasez 244
Modelo de inventario con ciclo productivo sin escasez 246
Modelo de inventario con ciclo productivo con escasez 247
Modelos de inventarios probabilísticos 249
Conceptos previos 249
Sistema típico de inventarios 250
Políticas de inventario 251
Modelos probabilísticos 252

Anexo IV. 257
Tabla de distribución normal 257
Tabla de distribución T-Student 258
Tabla de distribución chi-cuadrado 259
Tabla U. Valores críticos de Mann Whitney 260
Tabla D. Prueba Kolmogorov Smirnov 261
Tabla de Duncan 262

Presentación

Simulación discreta es una técnica de análisis de sistemas que ofrece flexibilidad más allá de la que dan modelos analíticos estocásticos. Es una herramienta para la evaluación y análisis de desempeño de sistemas complejos, cuyo comportamiento no puede establecerse con exactitud, pero que se puede describir usando modelos de probabilidad y estadística. La naturaleza de simulación requiere competencias académicas y habilidades en las áreas de administración de proyectos, comunicación interpersonal y escrita, análisis de sistemas, procesos estocásticos, programación y análisis estadístico. Por consiguiente, en este libro proponemos una metodología didáctica que integra los conocimientos adquiridos en cursos previos con conocimientos obtenidos de una forma "justo-a-tiempo".

La travesía para aprender a simular sistemas es compleja. A pesar de los avances en el software comercial de simulación, cuando el estudiante comienza a usar la técnica de simulación se pueden dar dos casos: 1) el estudiante cree erróneamente que simular es programar; 2) el estudiante percibe simulación como algo fácil y pintoresco. El primer caso se da cuando al alumno no se le da mucha guía en cuanto a modelación, lo cual lo lleva a querer hacer como primer paso del estudio el construir el modelo con el software asignado; es decir, intenta hacer un modelo sin haber entendido el

sistema que quiere representar con el modelo. El segundo caso se da cuando el alumno es bueno y entusiasta para programar, por lo que con un entendimiento superficial del sistema procede a construir el modelo, y asume que una vez que corre ya el estudio prácticamente está hecho. Para contrarrestar estas posibles tendencias erróneas, en este libro proponemos una dinámica didáctica que lleva al estudiante, de una forma guiada, a la adquisición de conceptos en modelaje, procesos estocásticos y análisis estadístico.

En el área de modelación, el libro ofrece una guía para el principiante, así como simulación en la práctica. La guía para el principiante toma al alumno de la mano para pasar de un sistema del mundo real a un modelo de ese sistema, y guía respecto a cómo identificar los objetos del sistema y cuáles retener en el modelo para lograr los objetivos del estudio. La parte de aplicación práctica provee una guía para realizar un estudio de simulación de forma exitosa.

En el área de procesos estocásticos, se ofrece una introducción a cadenas de Markov, a teoría de líneas de espera, y a sistemas de inventarios. Las cadenas de Markov introducen al alumno en conceptos de sistemas que varían a través del tiempo, sistemas en condiciones estables, y a la diferencia entre sistemas temporales (indexados en el tiempo, t) discretos y sistemas continuos. Estos conceptos se profundizan con el tratamiento de líneas de espera. Un sinnúmero de sistemas se pueden modelar como líneas de espera. La necesidad de simularlos surge cuando tales sistemas no poseen las características requeridas por los modelos analíticos. Los sistemas de inventario son sistemas altamente dinámicos en cuanto a la variedad de productos, como a los niveles óptimos de productos en inventario. Si bien es cierto que existen modelos cuantitativos, estos son en su mayoría modelos determinísticos. Existen algunos modelos estocásticos, pero la mayoría se limita a un solo producto, lo cual restringe ver las interacciones o efectos que los niveles de un producto pueda tener en los niveles de otro. Simulación quita esa restricción; esto se demuestra a través del desarrollo de modelos de este tipo de sistemas usando VBA para Excel y ProModel.

En el área de análisis estadístico, se ofrecen métodos y procedimientos para hacer el análisis de datos originales del sistema y así poder establecer

los datos de entrada para el modelo. Similarmente, se describen métodos y procedimientos para analizar los resultados del modelo de simulación; además, se discuten métodos para sistemas con punto terminal y sin punto terminal. Se utiliza una serie ejemplos apoyados en software estadístico para así asentar los conceptos y proveer al alumno de una herramienta para el análisis de datos.

Este libro se ha escrito como un primer curso en el área de simulación. Se ha aceptado como condición dada que, antes de tomar este primer curso, el alumno ha tenido por lo menos un curso en probabilidad y estadística, y en cálculo. El material de este libro se puede cubrir en un semestre.

Martha A. Centeno
Germán Méndez Giraldo
Felipe Baesler Abufarde
Lindsay Álvarez Pomar

Sistemas y modelos

Dado que la aplicación de la simulación consiste en representar sistemas mediante modelos, en este capítulo se presentan las bases de lo que es un sistema y de los diferentes tipos de modelos y los procesos de modelamiento en que se soportan las técnicas de simulación.

Modelación sistémica

Generalidades

La modelación es en parte un arte. No existen ecuaciones o algoritmos exactos que le permitan al individuo aprender a construir modelos con exactitud; es decir, no hay una receta que se pueda aplicar a una multitud de situaciones. Sin embargo, a través de la experiencia de muchos analistas y modeladores, existen hoy en día una serie de guías y reglas empíricas que nos permiten desarrollar modelos y determinar si estos mismos han sido construidos de una forma correcta, dando un cierto nivel de confianza. Estas guías utilizan, en la medida que se puede, conceptos y técnicas de matemáticas y de estadística para dar cierto grado de certeza al proceso de construir modelos y de dar confiabilidad al producto de tal proceso (el modelo en sí).

Sin embargo, se debe tener presente que el objetivo final es que el proceso de construir modelos pase a ser algo intuitivo y no una rutina mecánica. Es decir, la construcción de modelos permite que exista creatividad dentro de un marco sistémico (Morris, 1967).

La importancia que ha cobrado la simulación en el contexto de la toma de decisiones no es gratuita. La complejidad, velocidad de respuesta y el riesgo asociado con muchas de las decisiones en el ambiente empresarial obligan a gerentes a utilizar técnicas que se han denominado "de nueva generación", aunque a decir verdad, ya han sido aplicadas por varias décadas. Entre estas técnicas se encuentra la simulación.

Modelar a través de simulación ha sido tentador desde su misma concepción, ya que permite experimentar con sistemas reales pero sin incurrir en los costos y los riesgos de hacer uso directo del sistema bajo estudio. Pero por eso mismo, es importante que, al momento de implementar la simulación, se aplique con rigurosidad y se haga uso del adecuado tratamiento matemático y estadístico requerido en cada caso particular. Antes de abordar la metodología de trabajo, vale la pena entrar a plantear algunas definiciones generales en las que se basa la aplicación de la simulación.

"Simulación" puede ser entendida como el proceso de representar un sistema real mediante la elaboración de un modelo mixto (matemático e informático) para entender el funcionamiento del sistema y poder predecir su comportamiento en el tiempo futuro, con el fin de mejorar su desempeño (Méndez, 1994). Otros autores, como Shannon, plantean "simulación" como un proceso en el cual se diseña un modelo de un sistema real y se realizan experimentos con él para entender el comportamiento del sistema y/o evaluar estrategias alternas dentro de los límites impuestos por un criterio o por un conjunto de criterios (Shannon, 1988). Banks la define como el imitar la operación de un proceso del mundo real o sistema a través del tiempo (Banks, 1998). Otras definiciones similares han sido planteadas (ver Law y Kelton, 1991). Lo importante de observar es que estas definiciones parten de dos fines específicos asociados a la simulación: 1) explicar, y 2) predecir. Modelar a través de la simulación facilita la comprensión y análisis de sistemas. Asimismo permite predecir el funcionamiento del sistema a futuro. Ambos fines utilizan

mucho los conceptos de "modelo" y "sistema"; por tal razón, es indispensable aclarar estos términos antes de proseguir. Así pues, procedemos a sentar las bases necesarias para la asimilación y entendimiento de las reglas y guías para la construcción de modelos. Para desarrollar la parte intuitiva de modelación es necesario observar y entender el trabajo de otros. La parte clave aquí es entender. Analistas presentan sus trabajos en forma de reportes que utilizan una plétora de términos de uso común en el campo de modelación. Por lo tanto, comenzamos el entrenamiento del futuro analista con una serie de conceptos y definiciones concretos y con la clasificación de los ambientes que se desea modelar. De esta forma se adquiere un vocabulario común que nos permitirá leer y entender el trabajo de analistas expertos.

Definición de "sistema"

De acuerdo a lo señalado por Ludwing Von Bertalanffy, en su libro *Teoría general de sistemas* (1971), un sistema, en el sentido más amplio de la expresión, es cualquier cosa compuesta por partes o elementos que se relacionan e interactúan entre sí. Sin embargo, esta definición de sistema es muy amplia, lo cual la hace un poco vaga, especialmente cuando reconocemos el hecho de que el término "sistema" se usa cada vez más en casi todo los aspectos de nuestra vida (Rico, 1995).Por ello, no es gratuito que la simulación parta del análisis del sistema, ya que lo que se busca con su aplicación es resolver problemas propios del ser humano, pues este está interactuando en ellos, llámense sistemas naturales, sociales o económicos —entre los más importantes—. Su evolución se ha dado por el primer contacto del hombre con la naturaleza, el cual probablemente hoy en día mantiene con una mayor conciencia por proteger sus escasos recursos. Posteriormente, el hombre, inmerso en relaciones con el mismo hombre, cada día más complejas en el orden de la economía, la sociología, sicología, la política y la cultura, ha interactuado, ha generado conflictos y soluciones. Pero desde luego que estos sistemas, en cualquier caso, deben ser estudiados para poder actuar sobre ellos, y esto pasa por analizar el sistema con el medio ambiente donde se desenvuelve; en esta relaciones se puede hablar entonces de "sistemas abiertos" o "sistemas cerrados", característica básica al momento de modelarlos y poder utilizar la simulación como herramienta de predicción.

El estudio y análisis de sistemas requiere de un conocimiento íntimo de lo que se quiere decir con dicho término. En el contexto de la ingeniería, esta palabra se describe de formas distintas dependiendo del área de especialización del ingeniero. Así pues, para el ingeniero mecánico "sistema" es la relación entre el conjunto de mecanismos dispuestos a producir o aprovechar energía motriz —la tubería que conlleva el combustible, el combustible en sí— y el entorno que une a estos elementos para realizar un trabajo. Por su parte, para el ingeniero de sistemas computacionales, "sistema" es la base de datos, los programas para manejar esa base de datos, la infraestructura computacional para almacenarla y ejecutar los programas, así como los procesos operativos que hacen posible el uso efectivo de la información en esta. Mientras tanto, para un ingeniero industrial un sistema es el conjunto de maquinaria, trabajadores y procesos que interactúan para producir un producto o dar un servicio. Estas definiciones son consistentes con la que da la Real Academia Española:

> 1. m. Conjunto de reglas o principios sobre una materia racionalmente enlazados entre sí.
>
> 2. m. Conjunto de cosas que relacionadas entre sí ordenadamente contribuyen a determinado objeto (RAE).

Para algunos autores estas definiciones pueden ser distintas, complementarias o contrarias; un breve resumen se presenta en la figura 1.

Figura 1. Algunas definiciones de sistemas

- "Conjunto de componentes cuya interacción engendra cualidades que no poseen los elementos integrantes" (Afanasiev, 1967).
- "Artificio creado para explicar las relaciones de las partes con el todo" (Oxford Dictionary ,1990).
- "Sistema es una organización coherente, los elementos cumplen una función, ocupan un lugar y se integran en un orden. La modificación de un elemento trae cambio de otros y la transformación del sistema" (Bertalanffy, 1971).
- "Lo que ve un hombre depende tanto de lo que mira como de lo que sus experiencias visuales y conceptuales previas lo han preparado para ver" (Kuhn, 1971).

En el contexto de simulación definiremos "sistema" como un conjunto de entidades encapsuladas en un área definida, física o virtual, y que siguen reglas de operación para poder responder a estímulos de entidades externas que cruzan los límites hacia el interior de esa área con el objetivo de obtener un servicio o resultado. La palabra "entidad" se refiere a un objeto o persona, mientras que las "reglas de operación" son procesos o ecuaciones. El punto primordial de la definición de sistema es que existen objetos que colaboran, de acuerdo a ciertas reglas, para lograr un objetivo.

Características de los sistemas

Basándonos en los estudios de Bertalanffy, biólogo de profesión, y de otros teóricos en el campo de la teoría general de sistemas, podemos decir que las características de los sistemas incluyen la equifinalidad, la homeostasis, el límite fisiológico, la entropía, y la recursividad.

La equifinalidad es la propiedad de un sistema para alcanzar un mismo fin a partir de diferentes condiciones de inicio. Se ha determinado que en los sistemas cerrados, el estado final está determinado por las condiciones iniciales; esto es, que dada la organización de las partes al principio, de igual manera se organizarán las mismas al final, cuando el sistema alcance su punto de equilibrio. Esta característica no se presenta en los sistemas abiertos, ya que en ellos es posible alcanzar un mismo estado final a partir de diferentes condiciones iniciales. Es decir que esta propiedad permite el análisis del sistema bajo diferentes configuraciones (escenarios) para mejorar el desempeño del mismo.

La homeostasis originalmente se definió como el mantenimiento del balance de los organismos vivos; su estudio se basó en la termo-regulación de los organismos de sangre caliente. Esto implica un nuevo concepto de regulación. Ashby (1972) define lo que considera como un buen regulador (homeostato): "aquel que es capaz de bloquear el flujo de variedad que, viniendo de las perturbaciones, se encaminan hacia las variables esenciales del sistema". Define "variables esenciales" a aquellas que por sus características y condiciones determinan la sobre-vivencia de un sistema. En modelación, el concepto similar a este es el correspondiente al término "variable de estado". Stafford Beer (1975), define la homeostasis como la tendencia de un sistema

complejo a orientarse hacia un estado de equilibrio. Esto ocurre porque las diversas partes que interactúan en el sistema absorben entre sí la capacidad que cada una tiene de desorganizar el todo. Esta propiedad es fundamental a la hora de hablar de los sistemas dinámicos y el análisis que de ellos se hace a través del tiempo. Gracias a la habilidad de regulación de los sistemas es que se puede mantener un correcto funcionamiento en el futuro, evitando así que condiciones extremas lo lleven a su colapso.

Para garantizar la sobrevivencia de un sistema es necesario mantener en movimiento su punto de estabilidad; pero este movimiento no debe ser ni tan distante del punto de equilibrio, ni tan rápido que haga que el sistema se colapse (Ashby, 1972). Esto ha sido llamado "el límite fisiológico", que obliga a los analistas y simuladores de sistemas a pensar siempre dentro de ciertos límites de funcionamiento para garantizar la representación de estos. Algo similar se trata con los análisis de variabilidad que tiene el sistema a fin de ser mínima por cuanto no es posible su total reducción.

La sinergia se refiere a que se debe entender un sistema como un todo que no puede ser dividido en sus componentes sin que pierda sus características fundamentales y, por lo tanto, se debe estudiar integralmente. En lugar de explicar el todo en términos de sus partes comienzan a ser explicadas en términos del todo. El valor del todo es mayor que la suma de los componentes individuales del sistema, el cual adquiere propiedades únicas distintas al funcionamiento individual de sus partes. Un buen ejemplo lo constituye la molécula de agua H_2O; este compuesto posee atributos distintos a los de sus componentes.

El concepto de entropía, para Beer, toma cuerpo como una metodología de análisis para la medición del flujo de energía. Bajo esta óptica, y vista como una medida del flujo de la energía, es siempre positiva; su explicación se basa en el concepto de transferencia de calor (segunda ley de la termodinámica), esto es que cuando un cuerpo con alta temperatura se coloca junto a otro de menor temperatura habrá transferencia del cuerpo caliente al frío. Beer sugiere que lo opuesto a esto es la entropía negativa, a la cual llama "nega-entropía" y a la que define precisamente como flujo de información. Aún cuando la entropía inexorablemente tiende a incrementar, esta tendencia

puede ser bloqueada por inyecciones de información. Cada sistema complejo debe mantenerse balanceado, entre su entropía y nega-entropía (Beer, 1975). Este concepto es importante máxime porque es gracias a los flujos de información que se construye la base de los sistemas continuos.

Finalmente, tal vez el apoyo más importante de la teoría general de los sistemas lo constituye la llamada "Teoría del orden jerárquico" que se conoce como "Teoría de la recursividad". En su forma más simple se define como que "todo sistema contiene y está contenido en otro sistema". Existe correspondencia en ciertos principios que gobiernan el comportamiento de entidades que son intrínsecamente diferentes. Esta correspondencia es posible debido a las similitudes estructurales o isomorfismos mostrados por tales entidades. Con la recursividad es posible analizar un sistema inmerso en otro y medir el impacto de una decisión tomado en un nivel y su repercusión en el otro.

Clasificación de sistemas

De las características mencionadas se pueden realizar diferentes taxonomías, sin embargo, como el objetivo de este material no es hacer una clasificación exhaustiva, se utilizará una simple.

- Sistema abierto: es aquel en que las características de sus salidas son las respuestas a las entradas externas del mismo; pero a su vez sus resultados o salidas son completamente aislados de las entradas al sistema, lo que significa que un sistema abierto no se preocupa por su propia actuación, centrándose en cumplir sus metas previamente fijadas por medio de la programación externa.

- Sistema cerrado: frecuentemente llamado también "retroalimentado", es aquel en el que hay una auto-influencia de su comportamiento previo, en su actuación presente. En este sentido, se puede afirmar que en este caso, los sistemas no reciben influencia de los agentes externos.

Es oportuno aclarar que la clasificación de sistemas en abiertos y cerrados no viene de manera intrínseca en las partes que constituyen el sistema ni en las formas en que estas partes se relacionan entre sí o con el entorno, sino que

dependen solamente de la óptica que el analista haya usado para definir los componentes del sistema, sus relaciones y sus límites o bordes.

Una clasificación adicional se basa en su comportamiento y la respuesta que tenga frente a cambios de sus entradas, las cuales pueden ser deterministas (conocidos como "modelos determinísticos") y de comportamiento probabilístico. Por esta razón, algunos modelos han tomado esta misma clasificación y de igual manera se extiende a las herramientas para su tratamiento.

Otra clasificación se puede dar según el objeto de estudio, los sistemas físicos y los abstractos. Estos últimos se dan con mayor frecuencia en las ciencias humanas y sociales. Finalmente, para otros autores se da una clasificación basada en la posibilidad (capacidad) de los sistemas para dirigirse. Así pues, estos pueden ser gobernados y auto-gobernados.

Los sistemas pueden ser clasificados de otras maneras. Por ejemplo, se les puede clasificar de acuerdo al objetivo que persiguen, al tipo de reglas o procesos que utilizan, o a la forma en que el estado del sistema cambia con respecto al tiempo. Las dos primeras situaciones nos llevar a clasificarlos como sistemas de manufactura, sistemas de servicio, sistemas de transporte, sistemas del cuidado de la salud, etc. En el contexto de simulación, los sistemas se clasifican de acuerdo a la forma en que el estado del mismo cambia a través del tiempo: sistemas discretos, sistemas continuos y sistemas híbridos. El estado del sistema, por su parte, es el conjunto de variables o índices de interés en el estudio que describen el sistema en un punto específico en el tiempo (Banks et al., 2001). Si todas las variables de estado del sistema cambian solo en puntos discretos en la línea del tiempo, se dice que el sistema es un "sistema discreto". De manera similar, si todas las variables del sistema cambian continuamente en la línea del tiempo, se dice que es un "sistema continuo". Así pues, la mayoría de los sistemas de manufactura tienden a ser de tipo discreto, mientras que los sistemas químicos tienden a ser continuos.

Entonces se tienen sistemas de eventos discretos cuando la variable de estado de estos cambia de manera discreta y es afectada por un conjunto de eventos o actividades del sistema. Por ejemplo, en una estación de servicio, en donde la variable de estado se define por el número de clientes que se

encuentra en la estación, esta variable se modifica por al menos dos eventos: el primero es el evento de llegada de clientes y el segundo es evento de salida de estos una vez se les ha brindado el servicio que requieren.

En teoría, un sistema puede ser percibido como discreto o como continuo dependiendo de los objetivos y de las variables que componen el estado del mismo. Por ejemplo, a una embotelladora se la puede ver como un sistema continuo si el enfoque es desde el punto de vista del líquido a embotellar; pero ese mismo sistema puede ser visto como discreto si el enfoque viene desde el punto de vista de las botellas o latas. De manera análoga, una refinería de petróleo puede ser vista como un sistema continuo desde el punto de vista del petróleo crudo que se está procesando, o bien se le puede ver como un sistema discreto desde el punto de vista de los galones de gasolina a producir.

Existe un tercer tipo de sistemas en el cual parte de las variables cambian de forma continua y parte cambian de forma discreta. A este tipo de sistemas se les conoce como "sistemas híbridos". En el caso de una embotelladora de agua mineral, por ejemplo, la parte del sistema que concierne al transporte directo de agua hasta la refinería, la alimentación de la misma en los tanques de purificación y la transmisión de esta a las máquinas de embotellamiento es continuo, mientras que del embotellamiento hasta el punto de envío o almacenamiento se convierte en discreto. En una refinería de petróleo, a su vez, la parte que concierne a la alimentación del petróleo crudo del pozo hasta los tanques de separación inicial es continuo, cuando los procesos mismos de separación y de refinación son continuos. Una vez que se tienen los diversos tipos de gasolina y de otros productos derivados secundarios, y que hay que distribuirlos a los mercados, entonces comienza un sistema discreto de distribución.

Modelos y modelación

Modelos

La mayoría de los sistemas industriales poseen un alto índice de complejidad, por lo tanto, hay que construir modelos simplificados para poder

estudiarlos y analizarlos. Un modelo es una representación de un sistema real (existente o en diseño), por tanto es factible representar a un mismo sistema de varias formas, dependiendo del objetivo del estudio; en otras palabras, un modelo es solo una de muchas posibles representaciones del sistema.

Cuando el analista observa por primera vez el sistema, recibe la información de sus componentes, estructura y comportamiento del mismo; esta le permitirá construir un modelo de dicho sistema. La información que se obtiene del comportamiento de un sistema es la base de lo que se llama el "análisis de sistemas", por medio del cual se logra obtener su representación, con el propósito de ordenar su estructura teórica; de esta forma se constituye lo que se llama el "modelo mental" del sistema bajo análisis.

El conjunto de todos los modelos mentales construidos y almacenados en el cerebro del analista (o de cualquier ser humano) configura el concepto que se tiene del entorno y que constituye el acervo cognitivo. Este conjunto de modelos mentales condiciona la actitud de cada persona bajo determinadas circunstancias, aplicando en cada caso patrones predefinidos por sus modelos mentales o vivencias; esto refleja una actitud artística individual del analista para representar sistemas.

En el momento en que se interactúa con el sistema, bien sea operándolo en forma mental e hipotética u observando su funcionamiento real, se crean experiencias, que no son otra cosa que la consecuencia de la operación dinámica del modelo creado en la mente. Estas experiencias conducen a la mente del ser humano a crear de manera ficticia (dado que son en situaciones hipotéticas) la representación del funcionamiento de sistemas. Este conocimiento, apelando a las propiedades isomórficas de los sistemas, permite reproducirlos en cualquier tiempo o espacio. También es lo que se conoce como la "simulación mental" del comportamiento de un sistema. En el momento en que el ser humano se plantea la necesidad de comunicar a otras personas las características de sus modelos mentales, surge la necesidad de la representación física o abstracta de estos.

Concluyendo, se puede deducir que un modelo es un sustituto de un objeto o de un sistema. Por lo tanto, se puede definir el modelo como la representación o la abstracción en algún grado o medida de un objeto o sistema real.

Los modelos de características abstractas son los más abundantes y son los que están formados por un grupo de reglas o relaciones que rigen el comportamiento de los componentes del sistema o de sus relaciones con el medio ambiente. Estos son los llamados "modelos abstractos", que pueden ser matemáticos, comprender descripciones literarias, colecciones de las reglas de juego o quizás códigos legales aplicados a situaciones específicas, o una mezcla de algunos de estos enfoques. Estos modelos abstractos pueden ser representados con un buen grado de fidelidad, dependiendo de la herramienta que se aplique en su construcción.

Tipos de modelos

Al igual que los sistemas, los modelos se pueden clasificar de distintas formas. Las formas más predominantes son aquellas referentes a las herramientas que se utilizan para construirlos y el tipo de sistema que representan. Así pues, existen:

Análogos: modelos que representan físicamente al sistema pero en una escala mucho menor. Por ejemplo un mapa, un plano o una maqueta de una represa a escala.

Digitales: modelos que representan al sistema a través de ecuaciones o programas de computador. Esta categoría se puede dividir aún más en dos tipos:

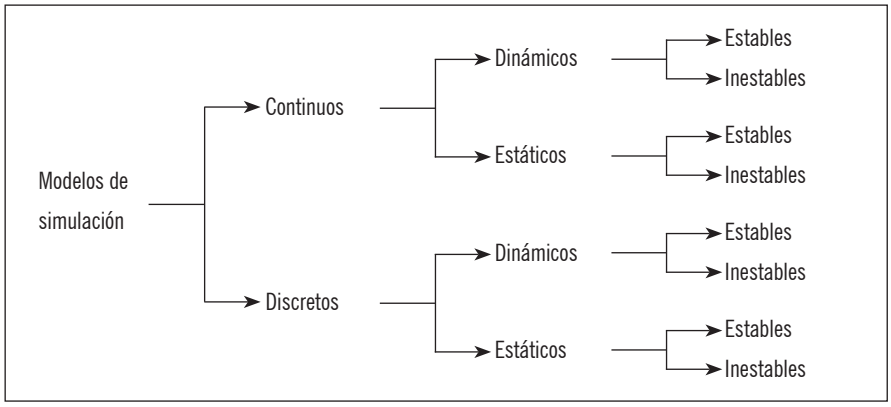
Matemáticos: el modelo se representa 100% a través del uso de ecuaciones matemáticas o relaciones estadísticas. La experimentación con este tipo de modelos requiere normalmente de técnicas matemáticas especiales y del desarrollo de un programa informático para "correr" el modelo. Por ejemplo, los modelos de regresión, de programación lineal o las fórmulas para el cálculo de tasas de interés.

Computacionales: el modelo se representa en su mayoría a través del uso de programas informáticos; es decir, el uso de ecuaciones matemáticas es parte de una metodología computacional. El modelo es una secuencia de subrutinas a ejecutar en el computador, pero puede utilizar relaciones matemáticas y

probabilísticas en las mismas. Así por ejemplo en el caso de un videojuego, un simulador bancario o un modelo de simulación de una planta de producción.

Una buena taxonomía de modelos útiles para la simulación es la propuesta por Isaac Dyner. En ella los establece en categorías y subcategorías. En las primeras están los modelos continuos y discretos y en la segunda están los modelos dinámicos y los estáticos. La figura 2 presenta esta taxonomía.

Figura 2. Clasificación de los modelos



Este autor establece como última subcategoría la de sistemas estables o que convergen a un límite fisiológico, y los inestables, en la cual no se cumple esta última característica. En otra categoría se clasifica en los sistemas dinámicos y allí particularmente se considera que las respuestas de un momento t afectan las de un momento posterior $t+1$[1]; en caso contrario se supone como respuestas puntuales en el tiempo y se entra a hablar de sistemas estáticos (no retroalimentados); la otra gran distinción se da por el hecho de analizar el comportamiento del sistema y sus respuestas ante cambios, y se dividen en sistemas discretos, es decir, con cambios a intervalos de tiempo y los continuos donde permanentemente se producen alteraciones en su comportamiento.

1 En general se puede suponer un tiempo t_k y uno posterior t_{k+1} $k \epsilon z^+$

Funciones de los modelos

En el momento que se pretenda experimentar con el modelo, haciéndolo funcionar como si él fuera el sistema, bien sea en condiciones reales o hipotéticas, no se está haciendo otra cosa que la simulación de sistemas. Esta experimentación con el modelo se utiliza con bastante éxito para lograr comprender verdaderamente el funcionamiento de un sistema complejo ya existente, y muchas veces para alcanzar el diseño más adecuado de un sistema en desarrollo.

La mente humana se adapta muy bien a la construcción de modelos que representan objetos en el espacio, también es excelente en la manipulación de modelos que asocian palabras y expresiones matemáticas simples con ideas del funcionamiento de partes específicas de un sistema. Pero no es igualmente exitosa cuando se enfrenta a la globalidad de modelos complejos dentro un ambiente tecnológico cambiante.

Pareciera que la mente, por si sola, no es apta para la construcción y la interpretación de modelos dinámicos que representen los cambios que sufren los sistemas complejos, en forma global, a través del tiempo. Los modelos, entonces, permiten cumplir con las siguientes funciones:

- Describir el comportamiento de sistemas: porque en la medida que el analista observa el sistema y quiere plasmar estas sensaciones, en relaciones funcionales y/o matemáticas, tiene que pasar por el entendimiento del mismo.

- Postular hipótesis o teorías que expliquen el comportamiento observado: ya que es con estas como se valida, primero, la buena representación del sistema y, luego, la posibilidad de explicar su comportamiento mediante cambios controlables o no.

- Usar teorías para predecir un comportamiento futuro: similar a lo mencionado en el punto anterior, se requiere que el modelo permita analizar mediante escenarios lo que sucedería frente a cambios en los parámetros del mismo sistema.

De estas funciones se puede concluir el gran valor de los modelos, pues es gracias a ellos que se puede cumplir con las finalidades, explicativas y normativas de la técnica de simulación. Dentro de la categoría de los modelos aplicados a la simulación se encuentra otra serie de usos entre los que se destacan funciones académicas y de aprendizaje:

- Constituyen una ayuda para el pensamiento, ya que en la construcción se deben establecer estrategias y construcciones que ordenan la forma de interpretar las sensaciones que han estimulado los sentidos del observador. Se aprende construyendo modelos, ya que estos enseñan a ver las deficiencias en las mismas observaciones.

- Una ayuda para la comunicación, porque es una forma sintética y representativa de un sistema; sirve como estrategia de estandarización.

- Para entrenamiento e instrucción, máxime los modelos de simulación que han permitido adquirir nuevas destrezas y competencias en muchos campos de la actividad humana y entre los que se destacan los simuladores de vuelo y los simuladores empresariales, donde se estimula a los participantes a aprender a tomar decisiones sin el riesgo inherente de hacerlos en sistemas reales.

- Una herramienta para la predicción, cuando otras técnicas no reflejan adecuadamente el comportamiento a futuro. En estos casos es posible modelarlo con técnicas de simulación. En muchas oportunidades, en aras de utilizar técnicas convencionales, se modifica y altera el sistema; la simulación puede representar mejor el sistema y así otorgar al analista mejores predicciones.

- Una ayuda para la experimentación porque gracias a los modelos de simulación se construyen escenarios para observar el mejor comportamiento de un sistema.

Proceso de modelación

Modelar como actividad intelectual implica el uso de la capacidad de representación que tenga el analista, esto quiere decir que si bien pueda

basarse en algunas consideraciones metodológicas de carácter general, también implica que se tenga en cuenta la capacidad de abstracción que se tenga, cualidad propia de cada individuo y que, si bien es innata, también es claro que se puede mejorar y perfeccionar con la experiencia.

Desde luego, también esta acción de modelar implica un nivel de exigencia que directamente se relaciona con el grado de detalle que se quiera tener en cada modelo, a fin de representar con mayor o menor grado de perfección al sistema objeto de estudio y desde luego de los objetivos que se persigan. Esto entonces implica que sea una actividad dinámica en el sentido de ir dando mayor ajuste al proceso, de manera que cada modelo de salida permita ser modificado mediante incremento en el grado de detalle que se le quiera imprimir.

Es el modo práctico o teórico con el que un sistema opera pero no en forma directa sino a través de un objeto intermedio, auxiliar o artificial y que cumple con características de correspondencia entre el sistema original y su asociado y con el que se puede suplantar el primero en términos del segundo.

La modelación se basa entonces en leyes que se aplican a los modelos y que caracterizan las formas en que se tratará este modelamiento; pueden ser basados en leyes físicas (determinísticas) en donde a entradas iguales se debe cumplir el mismo patrón de respuesta. Otros son basados en leyes estadísticas y normalmente se conocen como "probabilísticos", en los cuales, conociendo las posibles respuestas del modelo frente a una entrada, no se sabe exactamente qué suceda y, finalmente, se dan sistemas que se rigen por leyes de incertidumbre o desconocimiento.

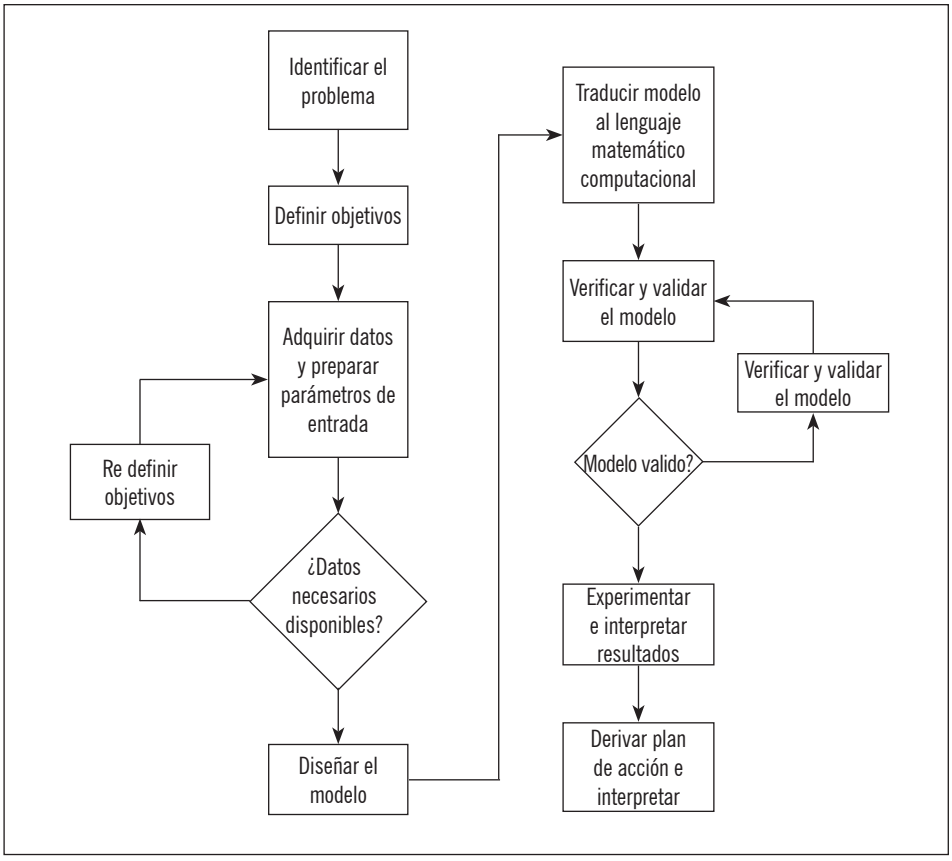
Modelación y simulación

El análisis de sistemas a través de simulación es un ejercicio en modelación. Por lo tanto, los principios generales de modelación deben utilizarse como guía en la ejecución del análisis.

Expertos y autores en simulación definen el proceso de modelación a través de simulación como una secuencia de pasos que guía al analista desde el

inicio amorfo del estudio hasta la conclusión cohesiva e integral activa de una solución de mejora. El número de pasos en esta secuencia varía, dependiendo de los autores desde seis hasta doce pasos (Banks, et al., 2001), (Hillier y Lieberman, 2001), (Pedgen, Shannon, and Sadowski, 1995). Para los autores, en general, el proceso de modelación se puede describir de la siguiente forma (figura 3):

Figura 3. Proceso de modelación



Antes de iniciar cualquier esfuerzo, de análisis o diseño, es necesario identificar el problema. Es decir que hay que entender qué es lo que se quiere lograr o resolver. O dicho de otra forma, hay que saber hacia dónde se quiere

ir o qué deficiencia se quiere mejorar para poder desarrollar soluciones. El estímulo que provoca la idea de iniciar un estudio puede ser:

- La certeza, real o percibida, de que el sistema no está funcionando a los niveles de eficiencia deseados.

- La necesidad de diseñar un sistema nuevo o de diseñar extensiones a sistemas existentes.

- La necesidad de tener un mecanismo de control en las operaciones rutinarias del sistema.

Por lo tanto, el analista debe discutir con la gerencia en forma plena cuáles son los motivos que les han llevado a la decisión de hacer un análisis. Además de la gerencia, el analista debe reunirse con aquellos que trabajan con el sistema o con aquellos que lo están diseñando. Una vez que se tiene ambas visiones (gerencia y trabajadores del sistema), el analista debe formalizar por escrito cuál es el problema que será el enfoque del estudio.

Una vez que existe un entendimiento del problema y de su magnitud, el analista junto con la gerencia tiene que definir objetivos a lograr. Al igual que en el caso del problema, hay que formalizar por escrito la delineación del estudio, cuál será la meta global. Es importante en este punto del estudio enumerar en forma explícita los objetivos específicos y enumerar cuáles serán los productos del estudio. De esta forma, tanto la gerencia como trabajadores del sistema están claros de lo que se logrará, y se evita la creación de expectativas irreales. Asimismo, se debe desarrollar una gráfica de GANTT para tener claro cuándo se completará cada aspecto del estudio.

Todo modelo, analítico o computacional, requiere de parámetros de entrada para poder producir resultados. Esto es especialmente crítico en el caso de modelos de simulación, ya que la expectativa es representar el comportamiento del sistema bajo condiciones similares al mundo real. Los parámetros de entrada se alimentan al modelo en forma de valores sumarios o bien en forma de ecuaciones determinísticas o probabilísticas. Para poder determinar estos valores sumarios, tales como promedios y percentil, o estas

funciones, diferenciales o de probabilidad, se requieren datos. Por lo tanto, utilizando los objetivos del estudio, el analista debe proceder a adquirir y preparar datos que le permitan establecer los parámetros de entrada necesarios. Los parámetros de entrada son los factores controlables del modelo.

Posibles parámetros de entrada incluye temperatura y presión bajo la cual se operara un sistema de destilación, frecuencia de arribos y tiempos de procesamiento en un sistema de sala de emergencia, etc. Además de adquirir los datos originales, el analista debe convertir estos datos en valores sumarios o funciones, utilizando las técnicas de estadística apropiadas. Durante esta fase del estudio, el analista también debe descubrir cuáles son las restricciones que existen sobre los parámetros de entrada; es decir, qué márgenes y límites existen para poder desarrollar posibles alternativas. Durante este paso, el analista interactúa primordialmente con los trabajadores y supervisores del sistema. El papel de la gerencia se limita a facilitar y autorizar el acceso a datos. En ocasiones, el analista descubre que los datos necesarios no existen y no se pueden generar de ninguna forma; por lo tanto, el analista debe regresar a la gerencia, plantear la situación y redefinir los objetivos del estudio tal y como sea necesario.

A medida que el estudio progresa, el analista va adquiriendo un entendimiento pleno de la operación del sistema. Por lo tanto, una vez que se tienen los datos necesarios, comienza a diseñar un modelo que en su opinión no solo representa al sistema real, sino que también permitirá la experimentación necesaria para derivar soluciones al problema planteado. Para un mismo sistema se pueden diseñar muchos modelos. Un modelo de simulación representa el sistema desde un punto de vista en particular, dependiendo de los objetivos. Al igual que todo proyecto de diseño, especialmente en ingeniería, el diseño debe ser sancionado por la gerencia y por aquellas personas que de una u otra forma tienen intereses en los resultados del estudio. Para poder conseguir la aprobación de las partes interesadas es necesario documentar todo lo que se va a asumir en el estudio y las medidas e índices de interés que el modelo generará. Un producto tangible de esta fase del estudio es una descripción y enumeración explicita de los componentes del sistema que se modelarán. Conseguir la aprobación es un proceso iterativo que requiere varias revisiones al diseño original.

Una vez que la aprobación se ha conseguido, comienza el trabajo de construcción del modelo, es decir, el analista debe programar el modelo. En esta fase, el analista convierte el modelo a un lenguaje que entienda el computador. En la mayoría de las situaciones, este utiliza paquetes comerciales de simulación, y en ocasiones es necesario programar el modelo en su totalidad. Este último caso se da con más frecuencia en sistemas continuos que en sistemas discretos. En el caso de sistemas híbridos siempre existe la necesidad de programar en su totalidad partes del modelo, especialmente aquellas que conciernen a la integración de la parte discreta con la parte continua. Uno de los productos de la fase de diseño es un diagrama de flujo describiendo los procesos existentes en el sistema. Del diagrama de flujo se extrae un pseudo-código que describe los procesos que cada entidad del sistema sigue dentro del mismo. El pseudo-código se hace detalladamente; ya solo resta escoger el paquete apropiado y traducir el pseudo-código al lenguaje del paquete.

Dos pasos más importantes en modelación son los de *verificación* y *validación*. Todo, independiente del tipo de modelo, debe ser verificado y validado si es que se espera utilizar el modelo como una herramienta experimental. Realizar experimentos y derivar conclusión con los datos generados por un modelo no verificado lleva a derivar conclusiones erróneas y raya en la violación de la ética profesional. Las palabras "verificar" y "validar" tienden a usarse como sinónimos en muchas ocasiones, y tal uso es válido en el campo analítico de investigación de operaciones. Sin embargo, en el campo de modelación por simulación, las dos palabras son complementarias, cada una inspeccionando un aspecto de la veracidad del modelo. Así pues, verificación es el proceso de asegurarse que el modelo escrito es lo que se quería escribir, mientras que validacion es el proceso de asegurarse que el modelo escrito realmente representa el sistema del mundo real. Uno de los objetivos de verificación es eliminar los errores de sintaxis, comparar el modelo contra el pseudo código. Entre las actividades de validación están la de revisar el modelo con la ayuda de la gerencia o del encargado del sistema y la de alimentar datos reales al modelo para ver si genera resultados similares al sistema real, entre otras.

Una vez que el modelo se declara válido, comienza la parte más interesante del estudio: experimentación e interpretación de resultados. Aquí se

vuelven a traer a la mesa los objetivos del estudio. También se ponen a trabajar las herramientas de análisis para poder resumir los resultados del modelo y convertirlos en información relevante a los objetivos. Una vez realizado el análisis, hay que interpretar los resultados de tal forma que sean expresados en el contexto de los objetivos, y de que la gerencia pueda entender. Uno de los productos de la experimentación y análisis debe ser nuevo conocimiento sobre el comportamiento del sistema, así como también un plan de acción para implementar las mejoras propuestas.

En general se puede concluir que los sistemas tienen sus características y sus formas particulares de representación; es necesario decir que la simulación tiene una metodología propia y que el analista debe conocer.

Simulación discreta

La técnica de simulación, dada su complejidad, exige para su enseñanza un esfuerzo adicional por entender los fenómenos estocásticos. Como propuesta, se realiza un encadenamiento en las cadenas de Markov, las líneas de espera y los procesos de simulación. Estos se presentan a continuación.

Principios y conceptos básicos

Metodología para la enseñanza de la simulación

"Metodología" es una palabra compuesta por tres vocablos griegos: *meta* (más allá), *odos* (camino) y *logos* (estudio). Hace referencia a los métodos de investigación que permiten lograr ciertos objetivos en una ciencia. En este libro se propone una metodología para la enseñanza de la simulación.

Varios problemas surgen en la enseñanza de la simulación:

- Al finalizar algunos cursos queda la sensación de que no alcanzó el tiempo para que los estudiantes lograran el desarrollo de habilidades reales para hacer proyectos de simulación de cierta complejidad.

- El manejo de estadística en el análisis de entrada, lo resumen en ajustar datos con un paquete.

- El facilismo que se representa en el síndrome "¡ya corrió, ya está listo!" (es un comportamiento propio de los nativos tecnológicos; esto llama completamente su atención, lo demás lo ven como algo sin importancia).

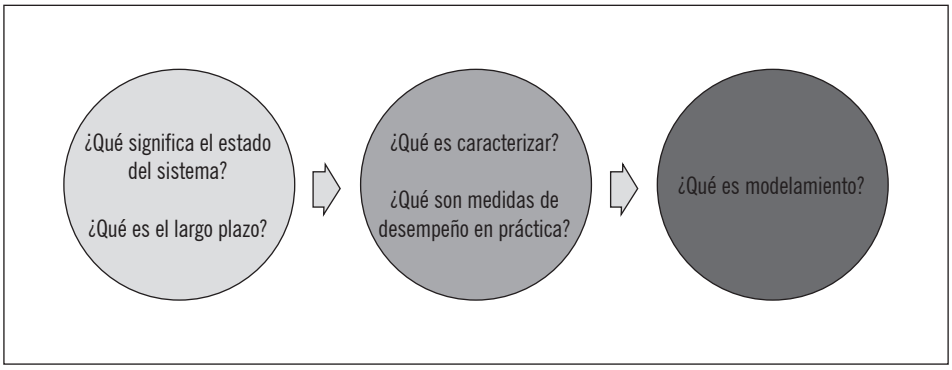
- También influye dentro de los problemas, que están acostumbrados a creer que al final todo se puede juzgar como "está bien o está mal", como sucede con algunas técnicas clásicas de análisis.

- El no hacer propuestas propias con un amplio espectro de posibilidades y medidas de desempeño.

Los problemas mencionados que se han podido identificar en los cursos básicos de simulación dejan ver la importancia de mejorar los procesos de simulación, dadas las dificultades y costos asociados a esta técnica. Además, por ser una de las técnicas de mayor uso en países desarrollados, debería ser aplicada en forma correcta y hacer parte del dominio de todo profesional. Por otro lado, con su correcta aplicación, ayuda a desarrollar competencias para analizar y proponer soluciones a las problemáticas propias de cualquier profesión.

Podemos relacionar los problemas mencionados anteriormente, en los términos utilizados en la simulación, a través de la figura 4, con las dudas más comunes que presentan los estudiantes a la hora de hacer un proyecto de simulación. Por ejemplo, para mejorar las competencias de representación de los sistemas complejos, es necesario entender, primero que todo, cuáles son las variables de estado del sistema, qué se pretende mejorar y cuáles serán las medidas de desempeño que se utilizarán para estas valoraciones; en qué plazo se van a lograr las soluciones a estos problemas, y cuáles etapas se deben surtir para lograrlo.

Figura 4. Problemas identificados en los cursos de simulación



Así, teniendo en cuenta la importancia de los conceptos implicados, se propone dar respuesta a esa necesidad de formación a través del estudio introductorio de algunos modelos estocásticos y su utilización práctica. En la figura 5 se presenta una metodología que da respuesta a dichas necesidades.

El estudio de las cadenas de Markov permite desarrollar competencias para identificar el estado de un sistema y sus correspondientes probabilidades de estado estable, para comprender el significado de largo plazo. Además, permite comprender la importancia de las condiciones iniciales del sistema y hacer diferencia entre los sistemas que trabajan continuamente y los que no lo hacen.

Una introducción a la teoría de líneas de espera permite que el estudiante logre caracterizar sistemas, con la correspondiente identificación de las medidas de desempeño. Asimismo, permite hacer propuestas de modificación para mejorar sistemas y, además, fortalece lo comprendido a través de los procesos markovianos.

Después de apropiarse de la parte teórica, se simulan las cadenas de Markov (con las matrices de transición y sin ellas) en hojas de cálculo y a través de programas informáticos. Luego simulan líneas de espera de la misma forma.