"Matrices y Determinantes"

1.- ¿Qué es una matríz?

2.- ¿Cuáles son los tipos de matrices?

3.- Operaciones con matrices

4.- Matrices Elementales.

Matriz

Una matriz A de $m \times n$ es un arreglo rectangular de mn números dispuestos en m renglones y n columnas

$$
A = \begin{array}{cc}
\begin{array}{cccccc} C_1 & C_2 & & C_3 & & C_n \end{array} & \\
\begin{pmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
a_{i1} & a_{i2} & & a_{ij} & & a_{in} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn}
\end{pmatrix} &
\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ \\ R_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{array}
\end{array}
\qquad (3)
$$

Cuadrada

Enseguida se presentan cinco matrices de diferentes tamaños:

columna

i. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ es una matriz de 2×2 (cuadrada).

renglón

$\underbrace{m \times n}$

C

ii. $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ es una matriz de 3×2.

R

C.

iii. $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ es una matriz de 2×3.

R

$3 \times 4 \longrightarrow$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & -6 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$m \times n$

$5 \times 5 \longrightarrow$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 12 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 13 & 5 & 6 \\ 3 & 0 & \sqrt{2} & 4 & 7 \\ 4 & 4 & 4 & 3 & 9 \\ 5 & 11 & 10 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Componentes de una matriz

$$(\overset{R}{3},\overset{C}{1})$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & 4 & 7 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C_{A31} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$C_{D13} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Matríz Identidad

Son matrices que estan formadas por solamente cero y unos, pero su diagonal principal es la que debe tener solamente unos, solo pueden ser cuadradas

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Propiedades de las matrices

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sean A, B y C tres matrices de $m \times n$ y sean α y β dos escalares. Entonces:

i. $A + 0 = A$

ii. $0A = 0$

iii. $A + B = B + A$ **(ley conmutativa para la suma de matrices)**

iv. $(A + B) + C = A + (B + C)$ **(ley asociativa para la suma de matrices)**

v. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ **(ley distributiva para la multiplicación por un escalar)**

vi. $1A = A$

vii. $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

Nota. El cero en la parte *i*) del teorema es la matriz cero de $m \times n$. En la parte *ii*) el cero a la izquierda es un escalar mientras que el cero a la derecha es la matriz cero de $m \times n$.

a_{11}

Operaciones Básicas con Matrices

Sean $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 4 \\ 3 & -9 & 11 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}$, $c = 2$

a) Suma $= A + B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 3 & 10 & 7 \\ 10 & 0 & 12 \end{bmatrix}$

b) Resta $A - B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -5 & 0 & 1 \\ -4 & -18 & 10 \end{bmatrix}$

c) Matriz por escalar

$$cA = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 4 \\ 3 & -9 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 10 & 8 \\ 6 & -18 & 22 \end{bmatrix}$$

d) Multiplicación A · B

$$m \times n = m \times n$$

A B Re)

$$3 \times 3 = 3 \times 3$$

$$3 \times 2 = 2 \times 5$$

$2 \times 7 = 3 \times 4$ No se puede.

$3 \times 11 = 11 \times 1$ $[3 \times 1]$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$2 \times 2 = 2 \times 1$ $[2 \times 1]$

$\parallel$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad = 2 \times 1$$

$$a_{11} = (1 \times 2) + (2 \times 1) = 2 + 2$$

$$a_{12} = (-1 \times 2) + (4 \times 1) = -2 + 4$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = AB$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$2 \times 3 \qquad 3 \times 2 \qquad = 2 \times 2$$

$$a_{11} = \overset{3}{(1 \times 3)} \overset{+}{+} \overset{8}{(2 \times 4)} + \overset{-3}{(3 \times -1)} = 8$$

$$a_{12} = \overset{5}{(1 \times 5)} + \overset{12}{(2 \times 6)} + \overset{21}{(3 \times 7)} = 38$$

$$a_{21} = \overset{12}{(4 \times 3)} + \overset{20}{(5 \times 4)} + \overset{-6}{(6 \times -1)} = 26$$

$$a_{22} = \overset{20}{(4 \times 5)} + \overset{30}{(5 \times 6)} + \overset{42}{(6 \times 7)} = 92$$

$$AB = \begin{bmatrix} 8 & 38 \\ 26 & 92 \end{bmatrix}$$

Traspuesta de una Matriz

La traspuesta de una matríz es cambiar el renglon por la columna, y se representa por la letra T encima de la letra de la matríz

$$A^T \longrightarrow \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 6 & 1/3 & 1 \\ 5 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 \\ -1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & -7 \end{bmatrix}$$

3×2

$3 \times 3 = 2 \times 3$

$$A \cdot B^T = \begin{bmatrix} 24 & -50 \\ 7 & 6 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} \qquad B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$